Zdarzenie i jego prawdopodobieństwo

PROPER
PROBABILITY AROUND US
PROBABILITY FOR EVERYONE

Co-funded by the European Union

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the European Education and Culture Executive Agency (EACEA). Neither the European Union nor EACEA can be held responsible for them.

Definicja.

Zdarzeniem w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) nazywamy każdy podzbiór zbioru Ω.

Definicja.

Zdarzeniem w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) nazywamy każdy podzbiór zbioru Ω.

Zbiór $\mathscr{Z} = 2^{\Omega}$ jest rodziną wszystkich zdarzeń w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p). Nazywamy ją rodziną zdarzeń pokrewnych.

Zdarzeniami w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) są dwa szczególne podzbiory zbioru Ω, zwane podzbiorami niewłaściwymi:

$\emptyset$, który nazywamy zdarzeniem niemożliwym,

Ω, który nazywamy zdarzeniem pewnym.

Zdarzeniami w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) są dwa szczególne podzbiory zbioru Ω, zwane podzbiorami niewłaściwymi:

$\emptyset$, który nazywamy zdarzeniem niemożliwym,

Ω, który nazywamy zdarzeniem pewnym.

Definicja.

Jednoelementowe podzbiory zbioru Ω są zdarzeniami, które nazywamy zdarzeniami prostymi.

Definicja

Zbiór $\Omega \setminus A$ nazywamy zdarzeniem przeciwnym do A i oznaczamy $\overline{A}$, albo A'. Zdarzenia A i $\overline{A}$ nazywamy krótko zdarzeniami przeciwnymi.

Definicja

Zbiór $\Omega \setminus A$ nazywamy zdarzeniem przeciwnym do A i oznaczamy $\overline{A}$, albo A'. Zdarzenia A i $\overline{A}$ nazywamy krótko zdarzeniami przeciwnymi.

Definicja

Rodzinę co najmniej dwóch zdarzeń w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p), z których każde dwa są rozłączne i których suma jest zdarzeniem pewnym, nazywamy układem zupełnym zdarzeń.

Definicja

Zbiór $\Omega \setminus A$ nazywamy zdarzeniem przeciwnym do A i oznaczamy $\overline{A}$, albo A'. Zdarzenia A i $\overline{A}$ nazywamy krótko zdarzeniami przeciwnymi.

Definicja

Rodzinę co najmniej dwóch zdarzeń w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p), z których każde dwa są rozłączne i których suma jest zdarzeniem pewnym, nazywamy układem zupełnym zdarzeń.

Jeśli A jest zdarzeniem w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) i $\overline{A} = \Omega \setminus A$, to zbiór

$$\{A, \overline{A}\}$$

jest układem zupełnym zdarzeń.

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$).

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$). Prawdopodobieństwem nazywamy funkcję $P : \mathcal{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$,

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$). Prawdopodobieństwem nazywamy funkcję $P : \mathcal{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$, gdzie

$$P(A) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } A = \emptyset, \\ & \\ & \end{cases}$$

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$). Prawdopodobieństwem nazywamy funkcję $P : \mathcal{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$, gdzie

$$P(A) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } A = \emptyset, \\ p(\omega), & \text{gdy } A = \{\omega\}, \\ & \\ & \end{cases}$$

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$). Prawdopodobieństwem nazywamy funkcję $P : \mathcal{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$, gdzie

$$P(A) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } A = \emptyset, \\ p(\omega), & \text{gdy } A = \{\omega\}, \\ \sum_{\omega \in A} p(\omega), & \text{gdy } \overline{\overline{A}} \geqslant 2. \end{cases}$$

Niech (Ω, p) będzie ziarnistą przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ zaś rodziną wszystkich zdarzeń w tej przestrzeni ($\mathcal{Z} = 2^{\Omega}$). Prawdopodobieństwem nazywamy funkcję $P : \mathcal{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$, gdzie

$$P(A) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } A = \emptyset, \\ p(\omega), & \text{gdy } A = \{\omega\}, \\ \sum\limits_{\omega \in A} p(\omega), & \text{gdy } \overline{\overline{A}} \geqslant 2. \end{cases}$$

Liczbę $P(A)$ nazywamy prawdopodobieństwem zdarzenia A.

Twierdzenie Klasyczne.

Jeśli para (Ω, p) jest klasyczną przestrzenią probabilistyczną, Ω jest zbiorem s-elementowym, A zaś jest jego k-elementowym podzbiorem, to

$$P(A) = \frac{k}{s}.$$

Twierdzenie klasyczne nazywane jest również twierdzeniem Laplace'a.

Definicja

Prawdopodobieństwo P w klasycznej przestrzeni probabilistycznej (Ω, p), a więc funkcję P określoną wzorem

$$P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}}$$

dla $A \subset \Omega$, nazywamy prawdopodobieństwem klasycznym.

Definicja.

Zdarzenie A w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) nazywamy praktycznie niemożliwym, jeżeli $P(A) < 0.05$. Liczbę $\alpha = 0.05$ nazywamy poziomem istotności.

Definicja.

Zdarzenie A w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) nazywamy praktycznie niemożliwym, jeżeli $P(A) < 0.05$. Liczbę $\alpha = 0.05$ nazywamy poziomem istotności.

Definicja.

Zdarzenie B w przestrzeni probabilistycznej (Ω, p) nazywamy praktycznie pewnym, jeżeli $P(B) > 0.95$.

Załóżmy, że (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń pokrewnych a P prawdopodobieństwem określonym na rodzinie $\mathcal{Z}$. Zweryfikuj, które z implikacji są zdaniami prawdziwymi (a więc twierdzeniami rachunku prawdopodobieństwa).

Jeśli implikacja jest – Twoim zdaniem – fałszywa, to uzasadnij ten fakt, podając odpowiedni kontrprzykład.

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;

7) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;

7) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$;

8) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;

7) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$;

8) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

9) Jeżeli $A \cup B = \Omega$, to $P(A) + P(B) = 1$;

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;

2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;

3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;

4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;

5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;

6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;

7) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$;

8) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

9) Jeżeli $A \cup B = \Omega$, to $P(A) + P(B) = 1$;

10) Jeżeli $A \in \mathcal{Z}$ i $\overline{\overline{A}} = k$ i $\overline{\overline{\Omega}} = s$, to $P(A) = \frac{k}{s}$.

1) Jeśli $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$, to $P(A) > P(B)$;
2) Jeśli $P(A) > P(B)$, to $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$;
3) Jeżeli $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$, to $P(A) = P(B)$;
4) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{B}}$;
5) Jeśli zdarzenia A i B są przeciwne, to $P(A \cup B) = 1$;
6) Jeśli $P(A \cup B) = 1$, to zdarzenia A i B są przeciwne;
7) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$;
8) Jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
9) Jeżeli $A \cup B = \Omega$, to $P(A) + P(B) = 1$;
10) Jeżeli $A \in \mathcal{Z}$ i $\overline{\overline{A}} = k$ i $\overline{\overline{\Omega}} = s$, to $P(A) = \frac{k}{s}$.
11) Jeżeli $P(A) = 0$, to $A = \emptyset$.

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) jeśli $A, B \in \mathcal{Z}$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) jeśli $A, B \in \mathcal{Z}$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;
4) jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) jeśli $A, B \in \mathcal{Z}$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;
4) jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
5) jeżeli B jest zdarzeniem przeciwnym do A, to

$$P(B) = 1 - P(A), \text{ czyli } P(A') = 1 - P(A);$$

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) jeśli $A, B \in \mathcal{Z}$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;
4) jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
5) jeżeli B jest zdarzeniem przeciwnym do A, to

$$P(B) = 1 - P(A), \text{ czyli } P(A') = 1 - P(A);$$

6) jeżeli $A \subset B$, to $P(A) \leqslant P(B)$;

Twierdzenie.

Jeżeli (Ω, p) jest przestrzenią probabilistyczną, $\mathcal{Z}$ rodziną zdarzeń a P prawdopodobieństwem w tej przestrzeni, to:

1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ dla każdego $A \in \mathcal{Z}$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) jeśli $A, B \in \mathcal{Z}$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$;
4) jeżeli $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
5) jeżeli B jest zdarzeniem przeciwnym do A, to

   $P(B) = 1 - P(A)$, czyli $P(A') = 1 - P(A)$;
6) jeżeli $A \subset B$, to $P(A) \leqslant P(B)$;
7) jeżeli $A \subset B$, $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$.

JAKIE JEST PRAWDOPODOBIEŃSTWO, ŻE POLECISZ SPOTIFY? 1 PRAWDOPODOBIEŃSTWO NIE MOŻE BYĆ WIĘKSZE NIŻ 1